

Módulo 6 Más GeoGebra

- Estadística y probabilidad
- La Vista CAS (Cálculo simbólico)
- Álgebra discreta
- Lugares geométricos
- Parámetros, casillas de verificación, entrada y salida de datos, secuencias...
- Creación de herramientas

Estadística y probabilidad

La Hoja de cálculo de GeoGebra es otra de las Vistas de que dispone el programa y a la que se accede como las demás clicando en la lista **Vista** del Menú. También se puede configurar y no solo es útil para trabajar la Estadística porque no es lo mismo que la de un programa como Excel, por ejemplo, ya que permite introducir en las celdas objetos geométricos. Se pueden copiar y pegar datos desde otras aplicaciones o fuentes de datos, dependiendo del formato de estos.

En la barra de herramientas de la Hoja de Cálculo nos encontramos con las siguientes:

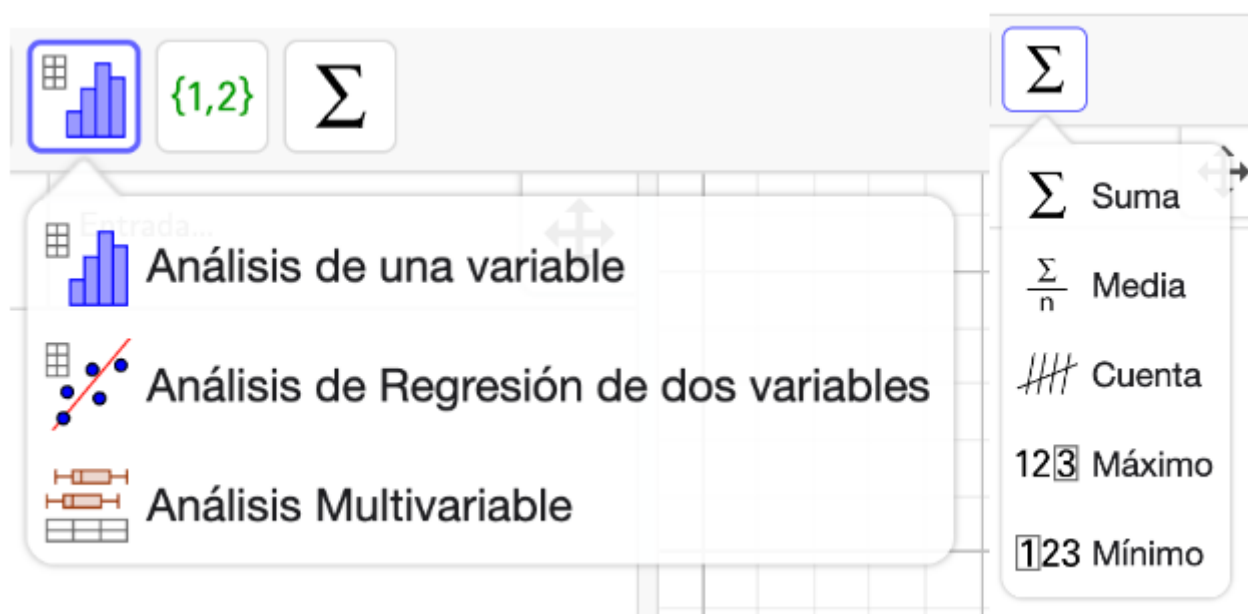


Fig. 6-1 Herramientas de la Hoja de Cálculo de GeoGebra

Aunque es más cómodo trabajar con la hoja de cálculo dejamos constancia de la lista de comandos de diagramas y de estadística de GeoGebra por si os animáis a utilizarlos. Como curiosidad he de decir que existe un comando PaloHockey.

Me voy a permitir recomendaros este vídeo de Alejandro Gallardo sobre como trabajar la Estadística con GeoGebra. Es uno de los mejores autores de aplicaciones con el programa. La selección de celdas con el ratón no siempre funciona y tendréis que recurrir a las flechas del teclado.

Como propuesta, destinada al profesorado que imparte el tema de las distribuciones de probabilidad, se trata de crear una actividad en la que sea necesario usar la **Calculadora de Probabilidad** del programa en lugar de las tablas de las distribuciones. Las preguntas se pueden incluir en una aplicación de la web de GeoGebra que incorpore la calculadora y usarla posteriormente con GeoGebra Classroom.

En este vídeo podréis ver cómo usar dicha calculadora.

https://www.youtube.com/embed/vZH9k2H0x_Q

La Vista CAS (Cálculo simbólico)

Sobre la Vista CAS nos remitimos al taller del miembro de la Associació Catalana de GeoGebra, Carlos Giménez Esteban.

[Taller de CAS](#)

Traducimos la parte más general dado que el resto son ejemplos para practicar.

¿Para qué sirve el CAS?

- Ayuda / obliga a los alumnos a ser (más) rigurosos.
- Pueden identificar por sí mismos algunos errores (. . . y corregirlos).
- Reduce el tiempo dedicado en el aula a correcciones repetitivas.
- Podemos dedicar el tiempo ahorrado a actividades más creativas.
- Podemos ampliar la complejidad de algunos enunciados.
- Podemos centrarnos más en los planteamientos que en la mecánica de resolución.
- Aparecen divergencias en la forma de expresar los resultados.
- Los alumnos deben saber interpretar y juzgar estas diferencias.

Las **entradas básicas** son (con Mac puede cambiar):

- Enter o Intro, evalúa algebraicamente la entrada.
- Ctrl + Enter, evalúa numéricamente la entrada.
- Alt + Enter confirma la entrada pero no la evalúa.

En una entrada de fila vacía:

- La barra espaciadora repite la salida previa.
- El paréntesis cerrado) repite la salida previa, entre paréntesis.
- El signo igual = repite la entrada previa.

Referencias a celdas anteriores

Referencias estáticas: copian el contenido de la celda referida y no se actualizan si se modifica el valor de esta.

- # copia la última salida

- #n copia la salida de la celda n
- Pulsando en una celda se copia su salida

Referencias dinámicas: insertan una referencia al contenido de salida de una celda que se actualiza cuando cambia el valor de esta.

- \$ inserta una referencia a la salida de la última celda
- \$n inserta una referencia a la salida de la celda

Usos del signo =

- El signo = se utiliza para las ecuaciones.
- El signo := sirve para realizar asignaciones de variables.
- El signo == se utiliza para el control booleano de una igualdad, dando como resultado un valor verdadero o falso

Ejemplos:


- h:=2 asigna a la variable h el valor 2.
- h=2 crea una función h con el valor constante 2.
- h==2 evaluará si la variable h (definida previamente) equivale a 2

En [este enlace](#) encontrareis las herramientas de la calculadora. Las expresiones se introducen igual que como hemos hecho en la Vista algebraica. Tened en cuenta que la calculadora está evolucionando constantemente.

Álgebra discreta

Algunos comandos de Matemática discreta son poco conocidos y vale la pena probarlos, muy especialmente el comando **Voronoi** (encontrareis aquí una explicación muy completa). Dentro de la lista de Comandos de Álgebra encontrareis algunos que pueden ser de gran utilidad.

Lugares geométricos

Los problemas de optimización son un muy buen ejemplo del uso de la herramienta del **Lugar geométrico**  con la que ya hemos visto algunos ejemplos. Vamos a ver otro con un problema de geometría 3D del profesor Ricard Peiró Estruch, autor del [calendario matemático de la SEMCV](#).

Consideremos un tetraedro regular ABCD. Sea E un punto de la arista AB. Determinar el valor máximo del ángulo $\angle CED$ cuando E recorre la arista AB.

Tenemos abiertas tres Vistas: Álgebra, Gráfica y Gráficas 3D y expresamos los ángulos en radianes.

- Construimos un tetraedro regular a partir de dos puntos A y B. C y D son los otros dos puntos del tetraedro.
- Creamos un punto E en la arista AB. Escribimos **d=AE** en la Entrada.
- Escribimos **t=Ángulo(C,E,D)** en la Entrada de la Vista algebraica.
- Escribimos **P=(d,t)**. Aparecerá un punto en la Vista Gráfica (hay que indicarlo para que no salga también en la Vista 3D). Si es necesario ajustamos los ejes para visualizarlo. Activamos su rastro.
- Animamos el punto E y observamos la curva que describe el punto P.
- Clicamos en la herramienta del lugar geométrico y, seguidamente, clicamos en P y en E. La curva tarda un poco en aparecer, seguramente por el cálculo que tiene que hacer el programa. Hacemos que solo se vea en la Vista Gráfica.

La función no es trivial. Se puede demostrar geométricamente con relativa facilidad que el máximo corresponde al punto medio de AB pero, analíticamente, la expresión es la que aparece en la figura (y la gráfica coincide con la que da el programa).

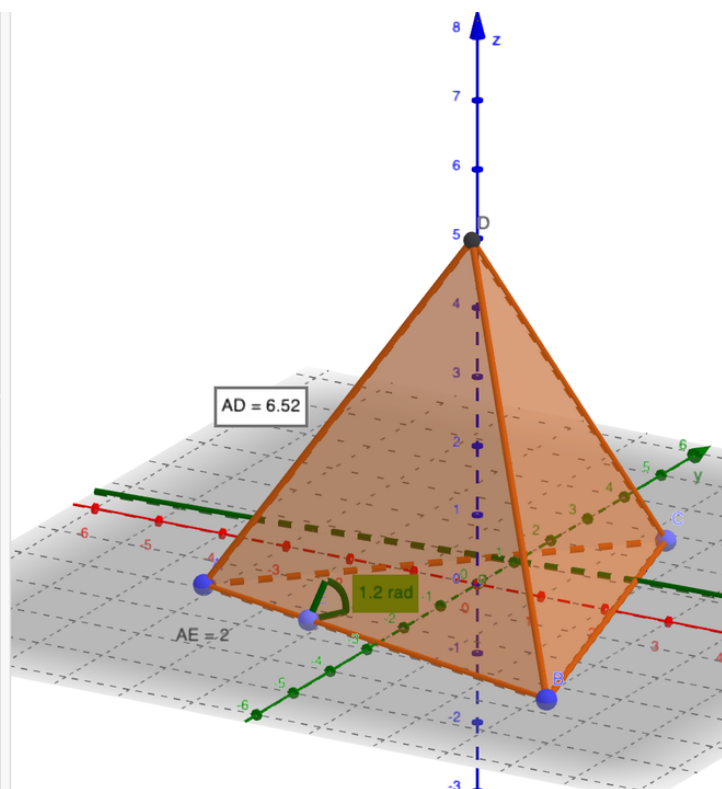
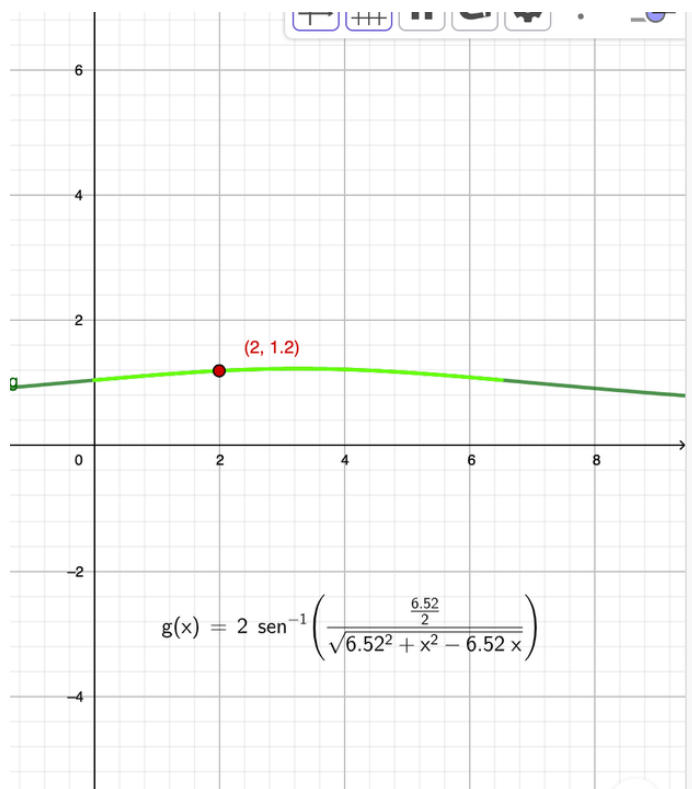




Fig. 6-2 Solución del problema de optimización

Parámetros, casillas de verificación, entrada y salida de datos, secuencias...

Ya hemos visto que los parámetros se pueden visualizar con los deslizadores en GeoGebra, ya sea para resolver sistemas de ecuaciones, para problemas de optimización o para problemas de geometría en los que hay algún elemento que determina una figura concreta y queremos saber de qué manera lo hace. Un punto sobre algún objeto también puede simular la acción de un parámetro y utilizarse para hallar lugares geométricos.

Una **casilla de control**  permite seleccionar determinados objetos para mostrarlos o no en una aplicación. Cuando la visibilidad de un objeto depende de varios elementos podemos usar los operadores lógicos que hallareis en el teclado virtual. Es el caso, por ejemplo, de las rectas y puntos notables del triángulo. Podemos crear casillas de verificación para visualizar las diferentes rectas o puntos notables pero estos últimos puede ser interesante mostrarlos también cuando construimos la recta de Euler.

Para la entrada y salida de datos disponemos de la herramienta **Casilla de Entrada**  junto a la del deslizador o de la casilla de control. La ventana de diálogo es muy sencilla de utilizar, basta con introducir el objeto (como podría ser la expresión de una función, por ejemplo) y el rótulo.

Casilla de Entrada

Rótulo


Objeto vinculado

CANCELA

OK

Fig. 6-3 Ventana de diálogo para la casilla de Entrada

Para entender la idea de secuencia, clave para sacar todo el potencial de GeoGebra, usaremos un ejemplo muy sencillo para reproducir los pétalos de una flor a partir de una imagen.

Situamos la imagen en la Vista Gráfica del GeoGebra con el centro de la flor en el origen de coordenadas (aunque no sea estrictamente necesario). Clicamos en la herramienta **Cónica por cinco puntos**  que se halla en las herramientas para dibujar cónicas y creamos los cinco puntos siguiendo el contorno de un pétalo ajustándolos de manera que quede lo más parecido posible a la imagen.



A continuación escribimos:

Secuencia(Rota(c,k*360°/12,C),k,1,12) siendo c el nombre de la cónica que ha creado el programa, C el centro de la flor y 12 el número de pétalos (en el ejemplo, sin contar el primero).

La secuencia ejecuta un cierto número de veces el comando Rota con el parámetro k que va tomando valores de 1 a 12. El intervalo por defecto es la unidad, pero podría ser otro valor que se añadiría al final del comando Secuencia.

Para el contorno también podemos optar por un polígono, que se adapta mejor a otros pétalos. Seguro que podéis encontrar en vuestro entorno objetos que se pueden reproducir con este modelo, aunque no sean flores.

Creación de herramientas

Ya hemos tenido ocasión de ver la creación de una herramienta. Las otras dos pestañas de la ventana para introducir los datos corresponden a los objetos de entrada y a la denominación y ayuda de la herramienta

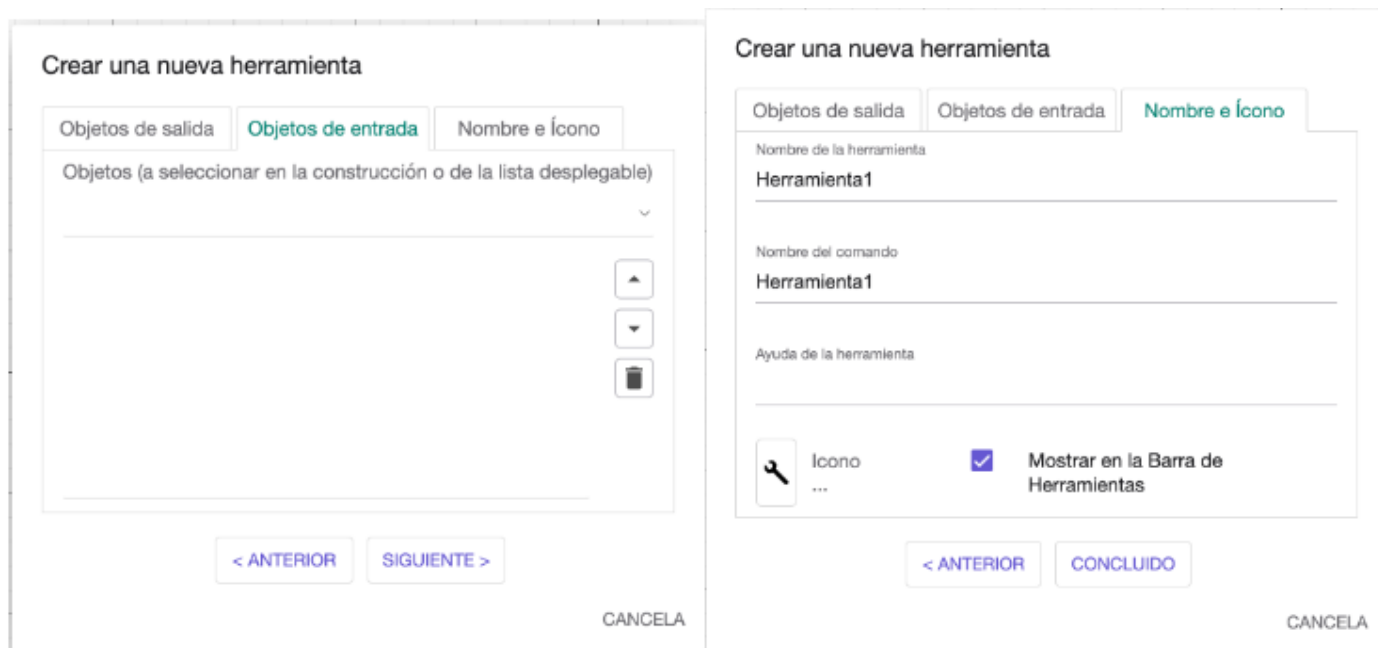


Fig. 6-4 Pestañas de la ventana de dialogo para la creación de una herramienta

Podemos poner el nombre que más nos convenga y la ayuda que creamos conveniente (GeoGebra crea una automáticamente con el tipo de los objetos de entrada). Para el icono podemos dejar la llave inglesa o mirar de utilizar una imagen capturada de la aplicación con la que la hemos creado (aunque habrá que dimensionarla para que se vea bien porque nos basta solo con una captura como podréis comprobar). Es aconsejable mostrarla en la barra de herramientas.

Si queremos modificar una herramienta clicaremos en la **Gestión de herramientas**. Aparece una ventana como la pestaña que acabamos de mostrar pero ahora con las opciones de borrar (con una papelera) o bien de guardarla (con el nombre que queramos). El archivo que se genera en este caso tiene la extensión **.ggt**.

Para abrir la herramienta en otra aplicación iremos al menú Archivo y la opción **Nuevo** para abrirla como haríamos con cualquier otro archivo pero ahora el programa integrará la herramienta en la aplicación con la que estamos trabajando porque entiende que es un fichero de extensión ggt y no ggb.

Una particularidad muy interesante de GeoGebra es la de poder definir que herramientas son visibles en la aplicación. En el menú **Herramientas** aparece la opción de Personalizar la barra de herramientas o (según la versión del idioma Español que usemos) la Confección de barra personal. Basta con clicar con el botón derecho del ratón en la herramienta y **trasladarla** (literalmente) de la columna de herramientas disponibles a las ocultas o al revés.

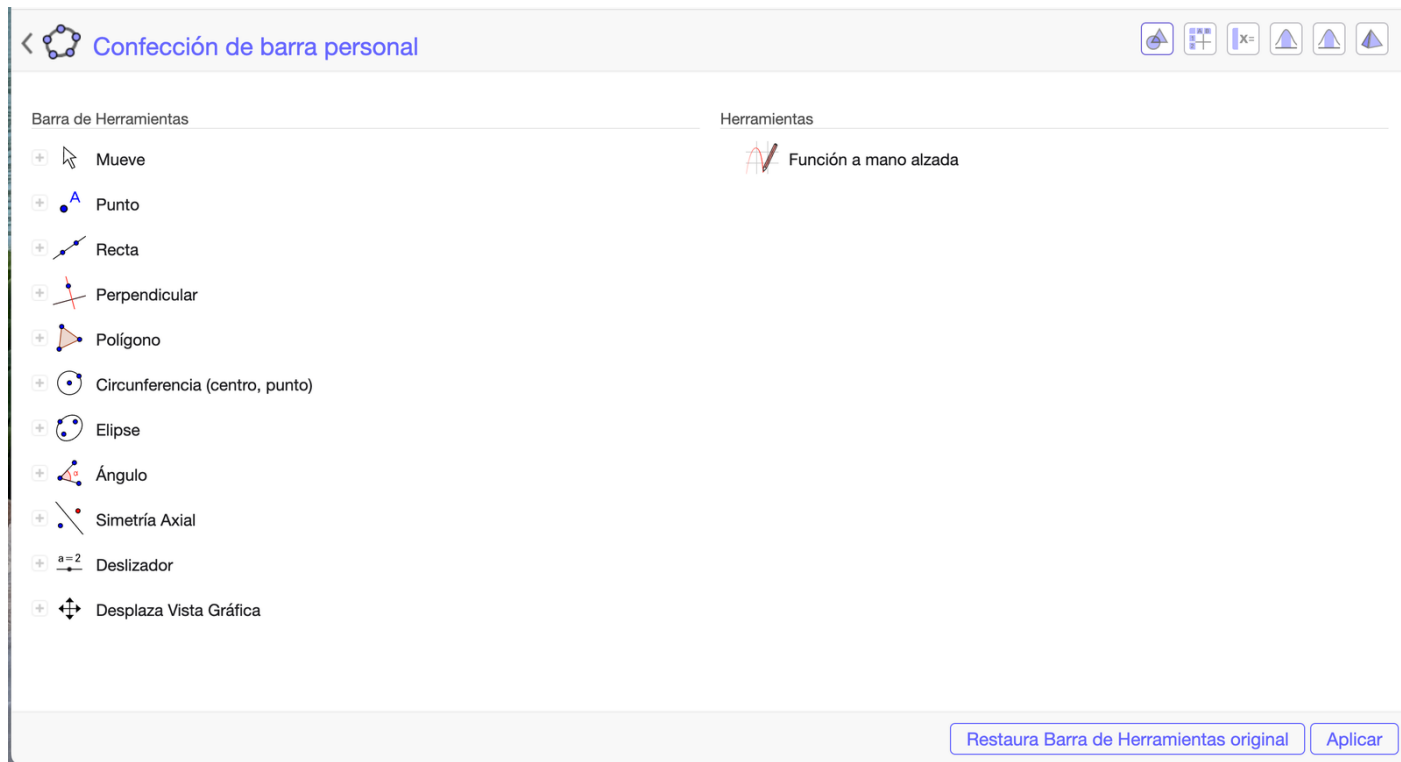


Fig. 6-5 Ventana para el diseño de la barra de herramientas de la aplicación.